Karta główna

# Wstęp

Jednym z najważniejszych aspektów w dobie wszechobecnego kryzysu jest optymalizacja procesów produkcyjnych. Odpowiedni harmonogram prac to często być albo nie być dla wielu przedsiębiorstw. Tworząc taki harmonogram należy zwrócić uwagę na możliwość optymalnego wykorzystanie zasobów, tak aby specjalistyczne maszyny i urządzenia nie stały bezczynnie, a wykorzystywały swój potencjał w jak największym czasie. Tego typu problemy pozwalają rozwiązać algorytmy szeregowania zadań.

# Problem szeregowania zadań

W przypadku planowania wykonania pewnych czynności (zadań) w momencie korzystania z ograniczonej liczby zasobów (procesorów) można stwierdzić, że kolejność wykonanych zadań, ich uszeregowanie, pozwala na osiągnięcie lepszych lub gorszych czasów realizacji całego przedsięwzięcia. Przykładowymi sytuacjami w których takie szeregowanie ma istotne znaczenie są:

* określenie kolejności zadań, obliczeń w wykonywanym algorytmie programu komputerowego. W tym wypadku zadaniem jest krok algorytmu, a zasobem czas procesora
* stworzenie harmonogramu prac inwestycji budowlanej. Zasobami są ludzie, sprzęt budowlany, a szeregowaniu podlegają prace budowlane takie jak np. położenie powierzchni asfaltowej
* zdefiniowanie modelu produkcyjnego pewnych dóbr złożonych z wielu podzespołów. Zasobem może być tu praca ludzka, dostęp do urządzeń koniecznych do wykonania podzespołów, uszeregowaniu podlega tworzenie kolejnych podzespołów

W zależności od warunków istnieje wiele algorytmów, które pozwalają na znalezienie optymalnego rozdzielenia zadań na zasoby [1]. Pierwszego podziału można dokonać na dwa typy szeregowania: dynamiczne i statyczne. Z szeregowaniem dynamicznym najczęściej można się spotkać przy rozdzielaniu czasu procesora pomiędzy procesy, gdy nie są znane czasy zakończenia zadania przed jego uruchomieniem. Najczęściej stosowanymi algorytmami przy tym szeregowaniu są: FIFO. Z kolei szeregowanie statyczne pojawia się, gdy znany jest czas wykonania wszystkich zadań, znane są także zasoby i koszty przesyłania zadań. Poniższa praca skupia się na problemie statycznego szeregowania.

Następnego podziału można dokonać ze względu na liczbę zasobów potrzebnych do wykonania czynności. Ich liczba może być ograniczona lub nieskończona. Drugi przypadek jest rzadko spotykany w rzeczywistej sytuacji, jednak najistotniejsze w tym przypadku byłoby znalezienie najkrótszego czasu szeregowania biorąc pod uwagę wyłącznie zależności pomiędzy czynnościami oraz koszt transmisji danych pomiędzy zasobami. Praca rozważa problem ograniczonych zasobów, w którym wielokrotnie wiele zadań mogłoby być wykonanych równocześnie, jednak ze względu na brak wolnych zasobów nie jest to możliwe.

Stworzono algorytmy, które można wykorzystać w sytuacji, dla której czasy wykonania wszystkich procesów są stałe. Nie jest to często spotykane w rzeczywistych problemach, jednak wartym podkreślenia faktem jest możliwość rozwiązania takiego problemu przy dodatkowych warunkach jak problemu klasy P-zupełnego. W poniższej pracy czas wykonywania poszczególnych zadań nie jest obłożony tym ograniczeniem, istotne jest, że nie może być ujemny lub zerowy.

Kosztem przesyłania danych pomiędzy zasobami określa się czas jaki jest konieczny na transmisję danych, produktów wykonanego zadania do zasobu, na którym zostanie wykonane kolejne zadanie. Koszt musi zostać uwzględniony wyłącznie jeśli zadania są zależne. Częstym założeniem, istotnym w tej pracy, jest zerowy koszt w przypadku, gdy zadania były wykonywane na tym samym procesorze, zasobie. Z praktycznego punktu widzenia jeśli informacja może zostać zachowana w danym zasobie bez kosztu jej składowania nie ma potrzeby wykonywania dodatkowych czynności.

Rodzaje algorytmów szeregowania możemy podzielić również ze względu na uwzględnianie kosztu przy szeregowaniu (np. w systemach z pamięcią …) lub jego ignorowanie (np. w systemach z pamięcią współdzieloną). Także istotne jest czy przesyłanie może odbywać się równolegle czy musi być ono kolejkowane.

Zadania, które podlegają szeregowania, można podzielić na przerywalne i nieprzerywalne. Pierwsze z wymienionych dotyczy przypadku, gdy wykonywaną czynność można przerwać w dowolnym momencie, następnie można ją wznowić na innym procesorze. Z teoretycznego punktu widzenia powinno to pozwolić osiągnąć lepsze czasy szeregowania, jednak należy uwzględnić dodatkowe koszty związane z przesłaniem podzielonego zadania, które mogą być niewspółmierne do zysku związanego ze wcześniejszym zakończeniem innych zadań. Koszty nie mogą być również obliczone na starcie szeregowania, a dopiero w momencie przenoszenia podzielonego zadania na inny zasób. Pamiętać należy także o tym, iż nie w każdych warunkach jest możliwe podzielenie zadania na części. Jest to także bardzo trudny przypadek do implementacji.

Udowodniono, że problem szeregowania jest problemem NP-zupełnym, z wyjątkiem trzech sytuacji:

* przy drzewiastej strukturze grafu zależności zadań z arbitralną wartością procesorów
* graf procesów z jednakowym czasem wykonania zadań na dwóch procesorach
* graf typu interval-order (*interval-ordered*) z jednakowym czasem wykonania zadań i stałą liczbą procesorów.

Oznacza to, że nie jest możliwe szybkie znalezienie najlepszego rozwiązania i głównie używa się algorytmów heurystycznych, które próbują znaleźć optimum we względnie krótkim czasie, nie gwarantując jednak jego odnalezienia.

## Graf programu równoległego

W przypadku szeregowania statycznego z uwzględnieniem kosztów przesłania danych najefektywniejszym i najczytelniejszym sposobem prezentacji zależności pomiędzy zadaniami jest użycie acyklicznego grafu skierowanego. Przykład takiego grafu jest widoczny na Rys. 2.1. Węzeł grafu symbolizuje proces, zaś krawędź zależność pomiędzy zadaniami. W węźle widoczne są dwie wartości: numer procesu oraz czas wykonania (wyróżniany w komórce z szarym tłem). Zadanie numer 0 wykona się w czasie 3 jednostek, z kolei 2-gie zadanie w czasie 4 jednostek. Krawędzie są skierowane i krawędź prowadząca od węzła nr 0 do węzła nr 2 oznacza, że możliwe jest wykonanie zadania nr 2 dopiero, gdy zakończy się zadanie 0. Wartość przy krawędzi oznacza koszt przesłania danych pomiędzy modułami. Należy zwrócić uwagę, że koszt przesłania liczymy według wzoru:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

gdzie: tkl – czas komunikacji między modułami k i l

dkl – minimalna odległość pomiędzy zasobami wykorzystywanymi przez moduły k i l, odległość definiuje się według grafu procesów opisanego w rozdziale X

akl – waga krawędzi pomiędzy węzłami k i l

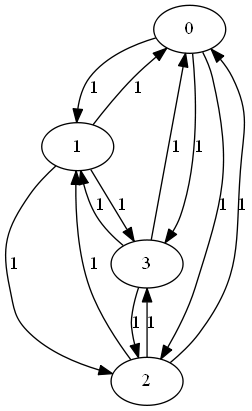
Jeśli procesy są alokowane na tym samym procesorze, odległość dkl wynosi 0 i koszt także jest równy 0. Z kolei, gdy procesory nie są połączone bezpośrednio należy zsumować odległość pomiędzy nimi uwzględniając koszt komunikacji (może być różny pomiędzy procesorami). W pracy założono, że czas wykonywania poszczególnych modułów na wszystkich procesorach jest identyczny.



Rys. . Przykładowy graf procesów rozpatrywany w ramach problemu szeregowania

## Graf procesorów

Zasoby można podobnie jak zadania przedstawić w formie grafu. Rys. 2.2 pokazuje przykładowy graf cykliczny dla 4 procesorów. Wszystkie procesory są ze sobą połączone co oznacza, że można wymieniać dane pomiędzy każdym z nich. Koszt w każdym wypadku wynosi 1 (wartość przy krawędzie).



Rys. . Graf przedstawiający powiązanie procesorów wraz z kosztem zmiany procesora

Liczba procesorów jest nieograniczona, przy czym minimalną logiczną wartością są 2 procesory. Także koszty komunikacji mogą być różne i zależne od przypadku. Na potrzebny poniższej pracy skorzystano z 2, 4 i 8 procesorów z założeniem, że komunikacji może odbywać się na zasadzie każdy z każdym, a koszt transmisji danych wynosi 1.

# Algorytm uogólnionej ekstremalnej optymalizacji

W celu rozwiązania problemów NP-zupełnych często stosuje się algorytmy heurystyczne i metaheurystyczne. Jednym z algorytmów metaheurystycznych jest algorytm uogólnione ekstremalnej optymalizacji (*generalized extremal optimization*), który wykorzystano w poniższej pracy. Ma on swoje zastosowania w problemach optymalizacji, pozwalając na dobranie najlepszych parametrów optymalizowanej funkcji.

# Wyniki eksperymentów

## Konfiguracje procesorów

Eksperymenty zostały przeprowadzone na trzech konfiguracjach procesorów. Każdą z nich można przedstawić za pomocą grafu pełnego, gdzie każdy węzeł łączy się z pozostałymi. Waga każdej z krawędzi ma wartość 1, co oznacza na podstawie wzoru (1), że dane z jednego procesora można przenieść na inny z kosztem równym akl. Taka konfiguracja powoduje, że połączenia procesorów nie mają wpływu na wyniki działania algorytmu szeregowania.



Rys. . Graf procesorów FULL2



Rys. . Graf procesorów FULL4

## Rozkład prawdopodobieństwa mutacji w przypadkach testowych

Przeprowadzając testy uruchomiono 1000 razy algorytm GEO do szeregowania na grafie intree15 w następujących konfiguracjach parametru prawdopodobieństwa τ: 0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0, 1.5, 2.0, 5.0 i 8.0. Wszystkie uruchomienia wykonały 100 iteracji.

Tabela Prawdopodobieństwo wyboru konfiguracji do dalszej analizy w zależności od parametru prawdopodobieństwa

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0,1** | **0,2** | **0,5** | **0,8** | **1** | **1,5** | **2** | **5** | **8** |
| **1** | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| **2** | 0,9330 | 0,8706 | 0,7071 | 0,5743 | 0,5000 | 0,3536 | 0,2500 | 0,0313 | 0,0039 |
| **3** | 0,8960 | 0,8027 | 0,5774 | 0,4152 | 0,3333 | 0,1925 | 0,1111 | 0,0041 | 0,0002 |
| **4** | 0,8706 | 0,7579 | 0,5000 | 0,3299 | 0,2500 | 0,1250 | 0,0625 | 0,0010 | 0,0000 |
| **5** | 0,8513 | 0,7248 | 0,4472 | 0,2759 | 0,2000 | 0,0894 | 0,0400 | 0,0003 | 0,0000 |
| **6** | 0,8360 | 0,6988 | 0,4082 | 0,2385 | 0,1667 | 0,0680 | 0,0278 | 0,0001 | 0,0000 |
| **7** | 0,8232 | 0,6776 | 0,3780 | 0,2108 | 0,1429 | 0,0540 | 0,0204 | 0,0001 | 0,0000 |
| **8** | 0,8123 | 0,6598 | 0,3536 | 0,1895 | 0,1250 | 0,0442 | 0,0156 | 0,0000 | 0,0000 |
| **9** | 0,8027 | 0,6444 | 0,3333 | 0,1724 | 0,1111 | 0,0370 | 0,0123 | 0,0000 | 0,0000 |
| **10** | 0,7943 | 0,6310 | 0,3162 | 0,1585 | 0,1000 | 0,0316 | 0,0100 | 0,0000 | 0,0000 |
| **11** | 0,7868 | 0,6190 | 0,3015 | 0,1469 | 0,0909 | 0,0274 | 0,0083 | 0,0000 | 0,0000 |
| **12** | 0,7800 | 0,6084 | 0,2887 | 0,1370 | 0,0833 | 0,0241 | 0,0069 | 0,0000 | 0,0000 |
| **13** | 0,7738 | 0,5987 | 0,2774 | 0,1285 | 0,0769 | 0,0213 | 0,0059 | 0,0000 | 0,0000 |
| **14** | 0,7680 | 0,5899 | 0,2673 | 0,1211 | 0,0714 | 0,0191 | 0,0051 | 0,0000 | 0,0000 |
| **15** | 0,7628 | 0,5818 | 0,2582 | 0,1146 | 0,0667 | 0,0172 | 0,0044 | 0,0000 | 0,0000 |

W Tabeli 1 przedstawiono prawdopodobieństwo z jakim może zostać wybrana konfiguracja podziału zadań na procesorach do następnej iteracji jako wartość bazowa. Oznacza to również szansę, że wybrana konfiguracja zostanie wyselekcjonowana do porównania z aktualnie najlepszym ustawieniem i może zastąpić je w przypadku, gdy czas szeregowania będzie lepszy.

Istotne jest, że szansa wybrania danej konfiguracji pojawia się dopiero w sytuacji gdy wcześniej podana konfiguracja zostanie wylosowana. Rozkład prawdopodobieństwa jest w tym wypadku stały i wynosi *1/k*, gdzie *k* jest ilością konfiguracji. Oznacza to, że przykładowo gdy wartość parametru *τ*=1, a ilość konfiguracji wynosi 15, to szansa że do następnej konfiguracji przejdzie konfiguracja numer 1 wynosi 1/15 \* 1, z kolei szansa wyboru konfiguracji numer 10 wynosi 1/15 \* 1/10 = 1/150. Istnieje także niezerowa szansa, że w losowaniu nie zostanie wybrana konfiguracji i będzie należało ponowić wybór. Taka sytuacja będzie miała miejsce w znacznej większości przypadków gdy τ=8.

Bardzo ważną zależnością widoczną w tabeli jest fakt zmniejszania szansy na wybór gorszych konfiguracji (im wyższy numer tym gorsze ustawienie) wraz ze wzrostem wartości parametru τ. W przypadku τ=8 szansa, że zostanie wybrane ustawienie inne od najlepszego wynosi < 0.1% i w przypadku wykonania 100 iteracji prawdopodobnie nie zostanie wybrana inna konfiguracja niż najlepsza do dalszego przetwarzania. Można to zaobserwować na wykresie 1. Z kolei na wykresie 2 widoczna jest skokowość przebiegu algorytmu i częsty wybór gorszych konfiguracji.

## Proste grafy drzewiaste

Grafy procesów tree15 (Rys. 4.4) oraz intree15 (Rys. 4.3) są jednymi z najprostszych do uszeregowania ze względu na swoją budowę, brak złożonych zależności, ten sam czas szeregowania wszystkich procesów i równy koszt zmiany procesora. Oba grafy mają najlepszy czas szeregowania *T* = 9 w przypadku użycia dwóch procesorów w konfiguracji FULL2. Wykonując testy na obu grafach wykonano 1000 uruchomień algorytmu dla każdego z grafów. Limit iteracji był równy 100 co oznaczało, że liczba ewolucji, wykonania funkcji przystosowania (*fitness*), wyniosła 1500 (100 iteracji \* 15 mutujących konfiguracji na iterację).



Rys. . Graf procesów intree15

W Tabeli 1 przestawiono dane statystyczne po wykonaniu eksperymentów na grafie intree15. Dane pokazują zależność pomiędzy ilością iteracji potrzebną do znalezienia optymalnego rozwiązania a parametrem prawdopodobieństwa τ. Jak pokazuje kolumna średnia *T* i min *T*, które oznaczają odpowiednio średni i najlepszy czas szeregowania, w obu przypadkach wartość wynosi 9 i jest to najlepszy czas uszeregowania dla tego grafu. Spoglądając na średnią i wariancję liczby iteracji, potrzebnych do znalezienia optymalnego rozwiązania, można zauważyć że najlepsze wyniki otrzymano, gdy wartość τ wynosiła 5. Przy tej wartości parametru średni wyniosła 1.474 i jest znacznie lepsza od średniej dla wartości parametru równej 0.1 i wynoszącej 4.322. W tym przypadku także wariancja potwierdza, że różnica między potrzebnymi iteracjami jest nieznaczna. Wartość mediany, kwartylu górnego oraz maksymalnej liczby iteracji potwierdzają te obserwacje. Porównując wartości τ równego 0.1 i 5.0 mamy odpowiednio:

* medianę równą 3 i 1, co oznacza, że w 50% uruchomień potrzebne były co najmniej 3 iteracje w przypadku τ=0.1 i tylko 1 w przypadku τ=5.0
* kwartyle górne równe 6 i 2, jest to duża różnica jeśli chodzi o ilość potrzebnych iteracji
* maksymalną liczbę iteracji równą 42 i 6.

W przypadku dominanty sytuacja prawie we wszystkich przypadkach wygląda podobnie. Najczęściej potrzeba tylko jednej iteracji do znalezienia optymalnego rozwiązania. Odstępstwem jest uruchomienie algorytmu z parametrem τ=0.1. Tutaj większe prawdopodobieństwo ma znalezienie optimum przy losowaniu bazowej konfiguracji (wynosi 21.1%), niż po pierwszej iteracji (wynosi ono 17%). Dla τ=5.0 prawdopodobieństwo znalezienie najlepszego rozwiązania w 1 iteracji wynosi 38.1% a łącznie z szansą wylosowania w zerowej iteracji osiąga 56.5%, dla τ=8.0 wartości te to odpowiednio 40.5% oraz 58.2%. Mimo dużej rozbieżności w wynikach dla wszystkich konfiguracji udało się osiągnąć najlepszy rezultat w 100 iteracjach.

Analizując powyższe dane nasuwa się wniosek, że najlepszą wartością parametru τ dla grafu intree15 jest 5.0 i 8.0. Powodem jest to, ze graf intree15:

* posiada proste zależności procesów,
* koszt zmiany procesora jest niewielki i wynosi 1.

Te czynniki powodują, że istnieje znaczny procent rozwiązań, które dają najlepszy czas szeregowania. Przejście z gorszej do najlepszej konfiguracji wymaga wykonania tylko kilku kroków co oznacza konieczność zmieniania tylko 2-3 zadań na procesorze. Nasuwa się stwierdzenie, że w przypadku algorytmu GEO nie istnieje minimum lokalne wśród zbioru konfiguracji. To sprawia, że łatwiej jest znaleźć najlepsze rozwiązanie zawsze wybierając minimum w aktualnym zbiorze rozwiązań (τ=8.0), niż przeszukiwać wybierając losowo kolejny zbiór (τ=0.1). Druga ewentualność w przypadku tego grafu prowadzi do zbytniego skupienia się na ominięciu minimum lokalnego, które nie istnieje i próbie przeszukania rozwiązań wśród zbyt wielu konfiguracji.

Tabela 2 Dane statystyczne testów dla grafu intree15 z 2 procesorami

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| τ | średnia iteracji | wariancja iteracji | min | Q1 | mediana | Q3 | max | moda | moda (%) | najlepsze wyniki (%) | śr. T | min T |
| 0.1 | 4,322 | 27,097 | 0 | 1 | 3 | 6 | 42 | 0 | 21,1 | 100 | 9 | 9 |
| 0.2 | 3,502 | 14,579 | 0 | 1 | 2 | 5 | 32 | 1 | 19,4 | 100 | 9 | 9 |
| 0.5 | 2,03 | 3,669 | 0 | 1 | 2 | 3 | 11 | 1 | 26,3 | 100 | 9 | 9 |
| 0.8 | 1,749 | 2,498 | 0 | 1 | 1 | 2 | 10 | 1 | 30,3 | 100 | 9 | 9 |
| 1.0 | 1,723 | 2,056 | 0 | 1 | 1 | 2 | 12 | 1 | 33,4 | 100 | 9 | 9 |
| 1.5 | 1,519 | 1,381 | 0 | 1 | 1 | 2 | 9 | 1 | 37 | 100 | 9 | 9 |
| 2.0 | 1,497 | 1,279 | 0 | 1 | 1 | 2 | 6 | 1 | 33,3 | 100 | 9 | 9 |
| 5.0 | 1,474 | 1,183 | 0 | 1 | 1 | 2 | 6 | 1 | 38,1 | 100 | 9 | 9 |
| 8.0 | 1,483 | 1,247 | 0 | 1 | 1 | 2 | 6 | 1 | 40,5 | 100 | 9 | 9 |

Na wykresach 1 oraz 2 przedstawiono przebiegi algorytmu w zależności od parametry prawdopodobieństwa. W przypadku, gdy jego wartość jest mała (np. 0.1 na wykresie 2) można zauważyć, że nie zawsze wybierana jest do następnej iteracji najlepsza konfiguracja procesów. Jest to różnica między linią niebieską obrazującą najlepszy czas szeregowania w danej iteracji, a czerwoną – wartość czasu szeregowania dla wybranej (wylosowanej) konfiguracji. Druga zauważalna różnica, to odejście od najlepszej konfiguracji do innej, skrajnie najgorszej. Widoczne jest to przy odchyleniach linii czerwonej od zielonej. Taki przebieg pozwala na wyjście z minimum lokalnego, co może prowadzić do znalezienia najlepszej konfiguracji w następnych iteracjach.

Wykres 1 Przebieg algorytmu dla grafu intree15 i τ=8.0

Wykres : Przebieg algorytmu dla grafu intree15 i τ=0.1

Warto też zauważyć, że nie dochodzi w przypadku tego grafu do nagłych zmian wybranej konfiguracji. Przy przejściu od lepszego czasu do gorszego czasu szeregowania i odwrotnie nie następuje skok o kilka wartości lecz o 1 lub 2 jednostki czasu. Ma to związek z typem grafu. Procesy są tutaj powiązane w linii prostej, nie ma skomplikowanych zależności, a koszty zmiany procesora są niewielkie. To skutkuje tym, że generowanie nowych konfiguracji nie powoduje powstania dużo słabszych, a jedynie niewielkie odchylenia. Z kolei na wykresie dla dużego prawdopodobieństwa (np. 8.0) brak jest jakichkolwiek odchyleń, wszystkie linie nakładają się na siebie. Przyczyny są tutaj dwie:

* nie wybrano konfiguracji o rankingu niższym niż 2 (wykorzystano dwie najlepsze w kolejności),
* graf procesów jest prosty, koszty zmiany procesu są niskie (wynoszą 1) i istnieje wiele konfiguracji, które dają najlepszy czas szeregowania. Przez to zmiana procesora na którym wykonane zostanie jedno zadanie, a pozostawienie pozostałych bez zmian często nie spowoduje zmiany czasu szeregowania.



Rys. . Graf procesów tree15

Wyniki przeprowadzonych testów na grafie tree15 są podobne do wyników otrzymanych na drzewie intree15. Podstawową przyczyną jest podobieństwo grafów, intree jest odwróceniem grafu tree. Tutaj także najlepsze wyniki pojawiają się przy wprowadzeniu parametru prawdopodobieństwa równego 5.0 lub 8.0. Jak pokazuje Tabela 2 wszystkie uruchomienia zakończyły się sukcesem i zawsze otrzymano najlepszy wynik wynoszący 9.

Tabela 3 Dane statystyczne testów na grafie tree15 z 2 procesorami

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| τ | średnia iteracji | wariancja iteracji | min | Q1 | mediana | Q3 | max | moda | moda (%) | najlepsze wyniki (%) | śr. T | min T |
| 0.1 | 4,114 | 21,388 | 0 | 1 | 3 | 6 | 34 | 0 | 21 | 100 | 9 | 9 |
| 0.2 | 3,073 | 11,363 | 0 | 1 | 2 | 5 | 22 | 0 | 22 | 100 | 9 | 9 |
| 0.5 | 2,152 | 3,781 | 0 | 1 | 2 | 3 | 16 | 1 | 27,8 | 100 | 9 | 9 |
| 0.8 | 1,642 | 2,03 | 0 | 1 | 1 | 2 | 8 | 1 | 33,4 | 100 | 9 | 9 |
| 1.0 | 1,673 | 1,744 | 0 | 1 | 1 | 2 | 8 | 1 | 33,8 | 100 | 9 | 9 |
| 1.5 | 1,443 | 1,43 | 0 | 1 | 1 | 2 | 6 | 1 | 36,3 | 100 | 9 | 9 |
| 2.0 | 1,433 | 1,209 | 0 | 1 | 1 | 2 | 5 | 1 | 35,4 | 100 | 9 | 9 |
| 5.0 | 1,418 | 1,192 | 0 | 1 | 1 | 2 | 6 | 1 | 41,8 | 100 | 9 | 9 |
| 8.0 | 1,394 | 1,138 | 0 | 1 | 1 | 2 | 6 | 1 | 38 | 100 | 9 | 9 |

## Graf g18 - 2 procesory

Graf g18 widoczny na Rys. 4.5 jest znacznie bardziej złożony niż opisane wcześniej intree15 i tree15. Wagi krawędzi są identyczne i wynoszą 1 - koszt zmiany procesora jest niewielki. Oznaczone na szarym tle czasy wykonywania pojedynczych modułów są zróżnicowane i inne na różnych poziomach graf. Zależności są tak skonstruowane, że przejście do następnego poziomu n+1 w większości przypadków wymaga wykonania wszystkich zadań na poziomie n. Powoduje to, że wybierając najlepszą ścieżkę ważne jest równoległe wykonywanie zadań na poziomie n i podział zadań w taki sposób, żeby przejście do poziomu n+1 powodowało niewielką stratę czasową związaną z przesłaniem danych między procesorami. Najlepszy czas szeregowanie na 2 procesorach dla tego grafu wynosi 46.



Rys. . Graf procesów g18

Dane statystyczne przedstawione w Tabeli 4 znacznie odbiegają od wyników otrzymanych przy grafach intree15 i tree15. Uruchomienia dla tego grafu najlepsze wyniki osiągały przy τ=0.5, gdy ilość iteracji potrzebnych do osiągnięcia optimum była najmniejsza (średnia = 7.095, mediana 5) i wszystkie uruchomienia zakończyły się sukcesem.

Tabela Dane statystyczne testów na grafie g18 z 2 procesorami

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| τ | średnia iteracji | wariancja iteracji | min | Q1 | mediana | Q3 | max | moda | moda (%) | najlepsze wyniki (%) | śr. T | min T |
| 0.1 | 21,813 | 454,781 | 0 | 7 | 15 | 29 | 100 | 4 | 5,4 | 98,5 | 46 | 46 |
| 0.2 | 13,55 | 172,434 | 0 | 4 | 9 | 19 | 82 | 3 | 6,2 | 100 | 46 | 46 |
| 0.5 | 7,095 | 80,985 | 0 | 3 | 4 | 8 | 80 | 3 | 15,2 | 100 | 46 | 46 |
| 0.8 | 8,765 | 268,376 | 0 | 2 | 4 | 7 | 100 | 3 | 18 | 99 | 46 | 46 |
| 1.0 | 10,234 | 468,444 | 0 | 2 | 3,5 | 5 | 100 | 3 | 20,9 | 96,5 | 46 | 46 |
| 1.5 | 16,896 | 1067,881 | 0 | 2 | 3 | 5 | 100 | 3 | 23,2 | 87,7 | 46,2 | 46 |
| 2.0 | 16,625 | 1116,619 | 0 | 2 | 3 | 4 | 100 | 3 | 25,3 | 86,7 | 46,2 | 46 |
| 5.0 | 17,341 | 1193,436 | 0 | 2 | 3 | 4 | 100 | 3 | 24,3 | 85,4 | 46,2 | 46 |
| 8.0 | 18,643 | 1292,1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 100 | 3 | 26,7 | 83,7 | 46,3 | 46 |

Wykres 3: Przebieg algorytmu τ=0.5, najlepszy rezultat osiągnięty w iteracji 4

Typowy przebieg algorytmu został przedstawiony na Wykres 3. Można zauważyć, że wielokrotnie wybierana jest słabsza konfiguracja (dłuższy czas wykonania), jednak w efekcie w większości przypadków w kilku kolejnych krokach algorytm znów osiąga optymalny rezultat.

Wykres 4: Przebieg algorytmu t=8.0, optimum osiągnięto w 3 iteracji.

Analizując dane wynikowe należy zwrócić uwagę na dominantę ilości potrzebnych iteracji oraz procent wystąpień tej wartości. W przypadku, gdy wartość parametru jest równa 8.0 przebieg algorytmu skupia się na wybieraniu najlepszego wyniku do następnej iteracji co przedstawia Wykres 4. Taki sposób postępowania okazał się sukcesem w 83.7% przypadków. Pozostałe uruchomienia nie zakończyły się sukcesem ze względu na minima lokalne w których algorytm zapętlił się. Zobrazowane jest to na wykresach Wykres 5 i Wykres 6 przedstawiających 2 uruchomienia dla parametru τ=5.0. Pierwszy z nich pokazuje przebieg, w którym znaleziono optimum. Jak można zauważyć algorytm próbuje wybierać konfiguracje zbliżone do optimum (linia czerwona) cały czas wybierając do następnej iteracji najlepszy wynik (linia niebieska). Dopiero w iteracji 58 zostaje wylosowana słabsza konfiguracja i następuje wyjście z minimum lokalnego, w efekcie prowadzi to do znalezienia w kilku następnych iteracjach minimum globalnego.

Wykres 5: Przebieg algorytmu τ=5.0, ilość iteracji do osiągnięcia minimum = 61

Minimum lokalne w przypadku algorytmu GEO to sytuacja w której wybranie najlepszej konfiguracji spośród możliwych w iteracji n, spowoduje że w iteracji n+1 najlepszą konfiguracją będzie ta z iteracji n. Wybierając zawsze najlepsze rozwiązanie następuje zapętlenie. Jest to widoczne na drugim wykresie. W trakcie przebiegu trzykrotnie nastąpiła próba wyjścia z minimum lokalnego. W iteracji 37 próba pozwoliła na wyjście z jednego minimum lokalnego do drugiego, co w rezultacie poprawiło wynik algorytmu. Następnie w iteracjach 52 i 72 nastąpiła nieudana próba wyjścia poza minimum lokalne i w rezultacie algorytm zakończył się po 100 iteracjach z wyznaczonym czasem szeregowania 48, nie osiągnięto optymalnego wyniku.

Wykres 6: Przebieg algorytmu τ=5.0, nie znaleziono minimum globalnego

## Graf g40 – 2 procesory



Rys. . Graf procesów g40

Na przedstawionym na Rys. 4.6 grafie g40 podobnie jak na grafie g18 można zauważyć podział zadań na poziomy, z tą różnicą, że są bardziej złożone i jest ich więcej. Graf składa się z 40 procesów o czasie wykonania 4. Minimalny czas szeregowania zadań dwóch procesorach typu FULL2 wynosi 80, co w praktyce powoduje, że żaden z procesorów nie musi bezczynnie oczekiwać na przesłanie danych.

Na podstawie danych widocznych w Tabeli 5 można stwierdzić, że w żadnej z konfiguracji skuteczność nie wyniosła 100%. Dla τ równego 0.2 i 0.5 w jednym przypadku na 1000 nie udało się znaleźć optymalnego rozwiązania w czasie 100 iteracji (wykonanie 4000 funkcji przystosowania). Kwartyle 1, 2 i 3 wskazują, że najlepszą wartością parametru będzie 1.0. Przy zastosowaniu takiej wartości zmiennej byłoby konieczne wykonanie najmniejszej liczby iteracji w celu znalezienia optimum. Potwierdza to także średnia. Jednak wariancja wskazuje najmniejszą rozbieżność wyników dla *τ*=0.5, skuteczność algorytmu także jest najlepsza dla tej wartości, a czas wykonania *T* jest równy 80.001. Celem implementacji algorytmu jest uruchamianie go na grafie o nieznanym czasie szeregowania, dlatego ważne byłoby kilkukrotne uruchomienie programu w różnym zakresie parametru τ w przedziale [0.5, 1.0] z różną ilością iteracji. Dopiero zestawienie wyników otrzymanych w tym procesie pozwoliłoby na określenie najlepszej proponowanej konfiguracji.

Tabela 5 Dane statystyczne testów na grafie g40 z 2 procesorami

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| τ | średnia iteracji | wariancja iteracji | min | Q1 | mediana | Q3 | max | moda | moda (%) | najlepsze wyniki (%) | śr. T | min T |
| 0.1 | 28,964 | 611,51 | 0 | 10 | 21 | 40 | 100 | 4 | 3,2 | 97,2 | 80,04 | 80 |
| 0.2 | 15,945 | 175,063 | 0 | 6 | 12 | 22 | 100 | 7 | 5,4 | 99,9 | 80,00 | 80 |
| 0.5 | 9,705 | 96,671 | 0 | 4 | 7 | 12 | 100 | 5 | 8,9 | 99,9 | 80,00 | 80 |
| 0.8 | 8,948 | 134,232 | 0 | 3 | 6 | 10 | 100 | 3 | 12,8 | 99,8 | 80,00 | 80 |
| 1.0 | 8,529 | 123,577 | 0 | 3 | 5 | 9 | 100 | 4 | 12,4 | 99,6 | 80,00 | 80 |
| 1.5 | 10,167 | 247,521 | 0 | 3 | 5 | 9 | 100 | 3 | 15,5 | 98,8 | 80,01 | 80 |
| 2.0 | 14,134 | 528,551 | 0 | 3 | 5 | 12 | 100 | 3 | 13,9 | 96,5 | 80,04 | 80 |
| 5.0 | 31,425 | 1733,472 | 0 | 3 | 5 | 85 | 100 | 100 | 23,9 | 76,1 | 80,26 | 80 |
| 8.0 | 38,93 | 2122,003 | 0 | 3 | 5 | 100 | 100 | 100 | 35,6 | 64,4 | 80,38 | 80 |

Wykres 7 przedstawia typowy przebieg algorytmu na grafie g40. Różni się on od wykresów dla grafów intree15, tree15 i g18 większą różnicą między czasem szeregowania w kolejnych iteracjach. Na przykład w iteracji 42 czas szeregowania wyniósł 80, a w następnej 43 czas ten wynosił 84, w kolejnej znów 80. Oznacza to, że konfiguracje są bardzo czułe na zmianę przypisania procesorów. Pamiętając o tym, że w jednej iteracji zmieniany zostaje tylko jeden bit (procesor dla pojedynczego zadania), można stwierdzić, że taka mutacja będzie skutkować częstym zagłębieniem się w minimum lokalnym. Można zauważyć, że przy iteracjach 13 i 55 wyjście z takiego minimum przez wybór gorszej konfiguracji pozwala w następnych iteracjach naleźć optymalny wynik.

Wykres : Przebieg algorytmu na grafie g40 τ=0.5 - 100 iteracji, najlepszy wynik osiągnięto w 21 iteracji

Godnym podkreślenia jest też fakt, że algorytm nie wychodzi poza rozwiązania optymalne (minima lokalne) na więcej niż 2 iteracji. Kontrprzykładem jest Wykresie 8 przedstawiający przebieg dla *τ*=0.1. Tutaj widoczne jest między iteracjami 44-49 i 86-93 odejście od minimum lokalnego i bezowocne wykonywanie algorytmu bez zbliżania się celu. Czas jest tracony na wykonywanie bezcelowych obliczeń.

Wykres : Przebieg algorytmu na grafie g40 τ=0.1 - 100 iteracji, najlepszy wynik osiągnięto w 18 iteracji

## Graf gauss18 – 2 procesory

Gauss18 przedstawiony na Rys. 4.7 jest najbardziej złożonym grafem spośród testowanych. Koszty zmiany procesora i czasy wykonania poszczególnych zadań są bardzo zróżnicowane, bardziej optymalne w takiej sytuacji jest wykonanie dwóch zadań na jednym procesorze niż przesłanie na drugi i wykonanie równoległe.



Rys. . Graf procesów gauss18

Pierwsze próby znalezienia optymalnego rozwiązania przy 100 iteracjach nie przyniosły dobrych rezultatów i najlepsze wyniki otrzymano tylko w 46.4% przypadków. T Dopiero zwiększenie liczby iteracji do 400 spowodowało, że odnaleziono najlepszą konfigurację. Wyniki przedstawione w Tabeli 6 pokazują, że w takim wypadku liczba znalezionych poprawnych wyników *T*=44 stanowiła 95%, a średni czas był równy 44.13. Średnia liczba iteracji potrzebna do znalezienia optimum wyniosła 124 przy bardzo dużej wariancji wynoszącej 12447. Jest to bardzo dobry wynik, jednak w efekcie przy takiej liczbie iteracji należało sprawdzić 7200 przypadków, co jest 2,75% wszystkich możliwych kombinacji dla tego grafu. W przypadku 100 iteracji konieczne jest sprawdzenie 1800 konfiguracji, co stanowi 0,69% kombinacji.

Tabela Dane statystyczne testów na grafie gauss18 z 2 procesorami

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| τ | średnia iteracji | wariancja iteracji | min | Q1 | mediana | Q3 | max | moda | moda (%) | najlepsze wyniki (%) | śr. T | min T |
| 0.1 | 98,866 | 71,419 | 2 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 97,6 | 2,4 | 49,67 | 44 |
| 0.2 | 94,264 | 314,152 | 8 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 87,9 | 12,2 | 47,34 | 44 |
| 0.5 | 74,294 | 1127,879 | 5 | 41 | 100 | 100 | 100 | 100 | 53,9 | 46,4 | 45,65 | 44 |
| 0.5 (400 it.) | 124,08 | 12447,13 | 3 | 30 | 92,5 | 189 | 400 | 400 | 5 | 95 | 44,13 | 44 |
| 0.8 | 72,011 | 1325,61 | 3 | 31 | 100 | 100 | 100 | 100 | 56,4 | 43,7 | 46,05 | 44 |
| 1.0 | 71,972 | 1413,949 | 3 | 28 | 100 | 100 | 100 | 100 | 60,3 | 39,7 | 46,41 | 44 |
| 1.5 | 75,241 | 1450,866 | 3 | 31 | 100 | 100 | 100 | 100 | 68,2 | 31,8 | 47,36 | 44 |
| 2.0 | 78,849 | 1295,428 | 2 | 58 | 100 | 100 | 100 | 100 | 71,9 | 28,1 | 47,90 | 44 |
| 5.0 | 86,383 | 1006,164 | 2 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 82,6 | 17,4 | 49,56 | 44 |
| 8.0 | 88,933 | 901,31 | 2 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 87,8 | 12,2 | 50,07 | 44 |

Na wykresie Wykres 9 przedstawiono typowy przebieg algorytmu dla parametru τ=0.5. W porównaniu do pozostałych algorytmów wyraźnie zauważalna jest różnica pomiędzy linią pokazującą najlepszą konfigurację w iteracji oraz wybraną. Dzieje się tak ze względu na złożoność grafu, w którym często zmiana w szeregowaniu przypisania pojedynczego zadania do procesu skutkuje znaczną zmianą czasu szeregowania. W grafach tree15, intree15, g18 i g40 taka zmiana wielokrotnie nie wpływała na czas wykonania lub powodowała, że konfiguracja szeregowania miała czas różniący się o nieznaczną wielkość. Konfiguracje można było pogrupować i wybranie konfiguracji 3 lub 4 oznaczało wybranie jednej z wielu optymalnych konfiguracji. W przypadku tego grafu wybranie konfiguracji 3 i wyższej oznacza wybranie gorszego rozwiązania. Spowodowało to także, że poczynając od iteracji 28 do iteracji 47, gdy nastąpił częsty wybór słabszych konfiguracji znacznie pogorszył się najlepszy czas wykonania algorytmu w danych iteracjach. Podobna sytuacja rozpoczęła się przy 80 iteracji. Jednak tak jak dla poprzednich grafów znalezienie najlepszej konfiguracji wiąże się z wyjściem z minimum lokalnego i próbą zmiany tego minimum na globalne.

Wykres 9: Przebieg algorytmu na grafie gauss18 τ=0.5 - 100 iteracji, najlepszy wynik osiągnięto w 74 iteracji

# Różne sposoby wyboru najlepszej ścieżki – u mnie przy obliczaniu czasu szeregowania – polityka szeregowania There are various ways to determine the priorities of nodes, such as HLF (Highest Level First) [Coffman 1976]; LP (Longest Path) [Coffman 1976]; LPT (Longest Processing Time) [Friesen 1987; Gonzalez, Jr. 1977]; and CP (Critical Path) [Graham et al. 1979]. Opisać wybrany szczegółowo

# Bibliografia

1. **Kwok Y. i Ahmad I.** Static Scheduling Algorithms for Allocating Directed Task Graphs to Multiprocessors. *ACM Computing Surveys.* Grudzień 1999, Tom 31, 4, strony 407-471.